

量子ニューラルネットワーク

- 量子限界で動作する光ニューラルネットワーク -

序文

この白書は、新しい計算原理である量子臨界計算とこれを実現する量子ニューラルネットワークの基本概念、動作原理、性能について述べたものである。このマシンは、もともとは、注入同期レーザを用いたコヒーレント・イジングマシンとして2011年に提案された。そのマシンは、発振しきい値以上でレーザに生成されるコヒーレントな（平均）光電場がレーザネットワーク全体の最小損失モードで発振するという臨界現象を利用してイジング・ハミルトニアン基底状態を探し出す、という動作原理を利用していた。その後、この概念は縮退光パラメトリック発振器（Degenerate Optical Parametric Oscillator: DOPO）ネットワークに拡張され、発振しきい値以下でDOPOに形成される真空スクイーズ状態の量子不確定性（直交位相成分の線形重ね合わせ）を利用した量子並列探索で、解の候補を絞り込み、臨界点（DOPO発振しきい値）での対称性の破れ（ピッチフォーク分岐現象）を利用して最終解を決定するという新しい原理に拡張された。この新しい計算原理は、計算リソースとして量子雑音を用い、システムが局所的最適解（local minima）やカオストラップから抜け出するのに量子効果を利用している。この特殊な光ニューラルネットワークを、ここでは「量子ニューラルネットワーク（Quantum Neural Network: QNN）」と呼ぶことにする。

量子ニューラルネットワーク（もしくはその構成要素である量子ニューロン）は、ボゾン粒子からなる非平衡開放系であり、以下の特性を有するものである。

1. 量子ニューラルネットワークを構成する量子ニューロンは、計算に使われる基底（例えば、直交位相振幅の固有状態）の線形重ね合わせ状態に準備され、解の量子並列探索を可能にする。
2. 多数の量子ニューロンを相互結合で結んだ量子ニューラルネットワークは、外部からのポンプパワーの増加や相互結合の増加により相転移臨界点に達し、ここで協同的な対称性の破れ（ピッチフォーク分岐）により、計算結果を一つだけ選択する。
3. 量子ニューラルネットワークは、選択された計算結果をボゾン粒子の誘導放出現象を利用して増幅し、古典信号へ変換する。

縮退光パラメトリック発振器とそのネットワークは、この特性を満足する一つの物理系であるが、量子ニューラルネットワークの実現手段はこれに限られるわけではない。

現代のデジタルコンピュータの“次”を探索する研究開発が世界中で活発に行われている。非ノイマン型コンピュータという名称で知られるこの新しいコンピュータ技術には大きく分けて次の4つのアプローチがある。

1. アナログコンピュータへ回帰する

このアプローチは高速計算を可能にすることが知られているが雑音への耐性に弱点があることも知られている。

2. 自然に学ぶ

これは例えば、 0°C で水が氷になるような相転移現象を膨大な状態（解の候補）の中からエネルギー最小の状態を探索するという意味で計算プロセスと見なすことを意味している。

3. 脳を模倣する

このアプローチは、深層学習のように既に社会実装された技術から巨大な神経ネットワークで意識や意思決定という現象がどう実現するのか、そのメカニズム解明、それに基づく脳型コンピュータの原理の発見といった基礎研究に至る広いスペクトルをカバーしている。

4. 量子効果を利用する

ここでは、量子並列探索とカオスの量子抑圧という2つの原理が有望な方向性が見られているが、アナログコンピュータと同様、雑音への耐性に弱点がある。

量子ニューラルネットワークは、これら4つの側面を同時に持ち、どれか一つのカテゴリーに属すると断言できない。1に関しては、DOPOはロスに強く雑音耐性のあるアナログメモリとしての機能を実現している。このことは、量子ニューラルネットワークが連続量最適化問題に威力を発揮する可能性を示唆する。2に関しては、DOPOは発振しきい値という相転移点を境に、その量子状態を、 0 位相と π 位相が共存する真空スキューズ状態から 0 位相又は π 位相が選択されたコヒーレント状態へ劇的に変化させる。いわゆる自発的な対称性の破れである。この時、生成される光子がボゾン粒子であることにより、相転移が誘導放出現象を伴うことが重要である。量子ニューラルネットワークにおける計算の成功確率が時間に対して指数的に増加するのは、この光子誘導放出によっている。3に関しては、脳と量子ニューラルネットワークには次のような類似点があることが挙げられる。1つのDOPOネットワークの量子ダイナミクスは、 N 個の古典アナログニューラルネットワークのダイナミクスの集合平均を取ったものと等価である。後者において、もし多数決により意思決定がなされるプロセスがあるとすると（それは脳における情報処

理のメカニズムの一つと推定されている)、量子ニューラルネットワークでは、 N 個の古典アナログメモリ (コピー) の多数決を一つの波動関数の分波 (partial wave) もしくは確率振幅(probability amplitude)を介して実現していると考えられる。4に関しては、量子並列探索こそがイジング問題を解くマシンの基本原理であり、カオスの量子抑圧こそが充足可能性(Satisfiability: SAT)問題を解くマシンの基本原理である、ことが挙げられる。

量子ニューラルネットワークは、非対称な結合係数を第1層と第2層の間に持つ循環型ニューラルネットワーク構成により NP 完全クラスの k -SAT 問題の充足解を探し出すコヒーレント SAT マシンと、対称な結合係数をネットワーク全体に対して持つ均一ニューラルネットワーク構成により NP 困難クラスのイジング問題の基底状態を見つけ出すコヒーレント・イジングマシンの2つに大別される。量子ニューラルネットワークには2つの実装法がある。光遅延線結合型 (Delay Line: DL-QNN) と測定フィードバック型

(Measurement Feedback: MF-QNN) であり、それぞれ異なる量子力学的現象 (前者は量子もつれ、後者は測定による波束の収縮) が計算結果を得るための要として利用される。

本白書は次のように構成されている。第1章では DL-QNN と MF-QNN の違い、コヒーレント・イジングマシンとコヒーレント SAT マシンの基本概念と動作原理を紹介する。また、古典アナログニューラルネットワークとの違いを明らかにする。第2章では、光パラメトリック発振器の物理と非線形ダイナミクスをまとめる。特に、相転移、量子トンネリング、実効温度などのコンセプトを説明する。第3章では DL-QNN の量子論を述べる。ここでは、本マシンの重要な計算リソースである量子もつれを定式化する。第4章では量子測定の理論を簡単に復習する。特に、近似測定と非線形測定概念を導入し定式化する。第5章では、MF-QNN の量子論を展開する。ここでは、測定における履歴依存性 (contextuality) と非ガウス型波動関数による量子トンネル効果が計算原理の要として紹介される。第6章では、数値計算結果を示しながら、コヒーレント・イジングマシン (CIM) の性能が論じらる。NP 困難クラスの3次元イジング問題に対する CIM の性能を4種類の古典ニューラルネットワーク (ホップフィールド・ネットワーク (離散値、決定論的)、焼きなまし法 (離散値、確率的)、ホップフィールド・タンクネットワーク (連続値、決定論的)、ランジュバン法 (連続値、確率的)) と比較している。第7章 (後日作成) ではコヒーレント SAT マシン (CSM) の性能が論じられる。NP 完全の k -SAT 問題に対する CSM の性能と現代アルゴリズム(minisat)との比較が述べられる。

なお、第1章は QNN の基本的な概念・原理に関する最低限の知識を獲得することに興味のある読者への概説となっており、第6、7章 (後日作成) はこの新しいマシンを使ったクラウドサービスとその応用に興味のある読者のためのまとめとなっている。第2-5章は、上記に加えて2種類の QNN (DL型とMF型) の物理と量子論についてさらに深く理解したい読者へ向けた内容となっている。第8章から12章は様々な実問題を解くための

アルゴリズムを記述している。2018年の新規クラウドサービスの開始に合わせて公開する予定である。

本白書の構成と章立ては以下の通りである。

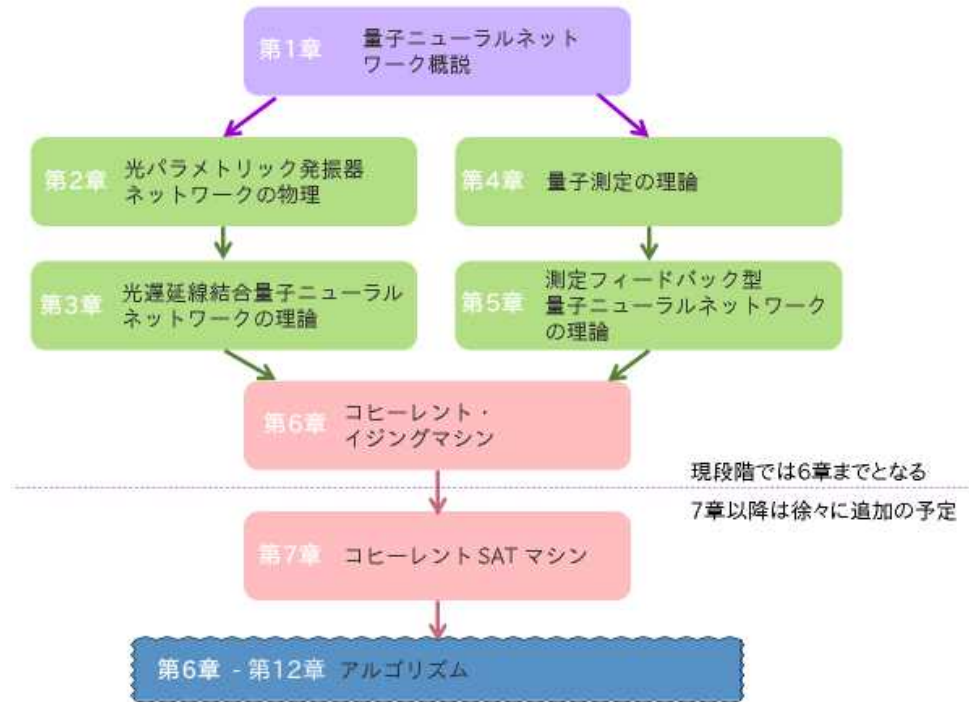


図 1. 本白書の構成.

- | |
|--|
| <p>I 量子ニューラルネットワーク概説</p> <p>1.1 量子ニューロン</p> <p>1.1.1 縮退光パラメトリック増幅器／発振器</p> <p>1.1.2 線形重ね合わせ状態を利用した量子並列探索</p> <p>1.1.3 位相感応増幅による振幅及び位相のエラー訂正</p> <p>1.2 量子シナプス</p> <p>1.2.1 光遅延線結合方式</p> <p>1.2.2 測定フィードバック結合方式</p> <p>1.3 イジング問題のマッピング：コヒーレント・イジングマシン</p> <p>1.3.1 ピッチフォーク分岐</p> <p>1.3.2 マッピングの必要条件</p> <p>1.3.3 振幅不均一性の影響</p> <p>1.4 量子限界と古典限界で動作する光ニューラルネットワーク</p> <p>1.5 Gottesman-Knill 定理</p> <p>1.6 まとめ</p> |
|--|

II 光パラメトリック発振器ネットワークの物理

- 2.1 パラメトリック増幅
- 2.2 線形増幅器の量子限界
- 2.3 ピッチフォーク分岐
- 2.4 OPO ネットワーク
- 2.5 立方体グラフ上のイジングスピン
- 2.6 1次元イジングスピン鎖
 - 2.6.1 成長段階
 - 2.6.2 飽和段階
- 2.7 相関長と欠陥密度
- 2.8 多モードトンネリング
 - 2.8.1 多モード理論
 - 2.8.2 多モードトンネリングの描像
 - 2.8.3 数値シミュレーション
- 2.9 非縮退光パラメトリック発振器に基づくXYマシン
 - 2.9.1 動作原理
 - 2.9.2 1次元スピン鎖
 - 2.9.3 2次元スピン格子

III 光遅延線結合量子ニューラルネットワークの理論

- 3.1 標準的な量子論アプローチ
- 3.2 正 $P(\alpha, \beta)$ 表示
- 3.3 ウィグナー表示 $W(\alpha)$
- 3.4 波動関数の不可分性と量子もつれ
- 3.5 量子ディスクコード
- 3.6 まとめ

IV 量子測定理論

- 4.1 厳密測定
- 4.2 近似測定
 - 4.2.1 測定誤差と反作用雑音
 - 4.2.2 測定確率とポスト測定状態
 - 4.2.3 光ホモダイン検出
- 4.3 連続測定
- 4.4 非参照測定
- 4.5 非線形連続測定
 - 4.5.1 量子ゼノ効果
 - 4.5.2 測定フィードバック QNN
- 4.6 量子測定における履歴依存性 (contextuality)
- 4.7 まとめ

V 測定フィードバック型量子ニューラルネットワークの理論

5.1 離散的測定フィードバックコヒーレント・イジングマシンの量子モデル

- 5.1.1 位相感応増幅器 (PSA)
- 5.1.2 出力カップラーと光ホモダイン検出
- 5.1.3 フィードバック過程
- 5.1.4 モデルのまとめ

5.2 数値計算結果

- 5.2.1 3ステップからなる最適化プロセス
- 5.2.2 シュレディンガー猫状態と非ガウス状態
- 5.2.3 ハイゼンベルグ限界
- 5.2.4 成功確率 vs. 背景線形損失

5.3 複素数確率微分方程式と反復子ダイナミクスに基づく量子モデル

- 5.3.1 マスター方程式
- 5.3.2 正 $P(\alpha, \beta)$ 表示
- 5.3.3 確率微分方程式と反復子ダイナミクス
- 5.3.4 ガウス近似

5.4 数値シミュレーション結果

- 5.4.1 2 DOPO モデル
- 5.4.2 16 DOPO モデル

5.5 まとめ

VI コヒーレント・イジングマシン

6.1 光遅延線結合型 QNN における量子相関を持ちながらの自発的対称性の破れ

6.2 測定フィードバック結合型 QNN における履歴依存性

6.3 量子並列探索、相関を持った自発的対称性の破れ、及び光子の誘導放出

6.4 最大カット問題

6.5 コヒーレント・イジングマシン vs. 現代アルゴリズム

- 6.5.1 コヒーレント・イジングマシン (CIM)
- 6.5.2 古典ニューラルネットワーク
- 6.5.3 古典ニューラルネットワークアルゴリズムの現代コンピュータへの実装
- 6.5.4 数値シミュレーション結果
- 6.5.5 考察

6.6 結論

英文執筆：山本 喜久

和訳：井上 恭